1.38 PUNCTUL LUI FRANKE

„Matematica este alfabetul după care Dumnezeu a scris Universul." - Galileo Galilei[49]

Teorema 568 (***Teorema lui Boutin***) *Fie $M_aM_bM_c$ triunghiul median corespunzător unui triunghi ABC şi O centrul cercului circumscris triunghiului ABC. Pe dreptele OM_a, OM_b, OM_c se consideră punctele A_1,B_1,C_1 astfel încât*

$$\frac{OA_1}{OM_a} = \frac{OB_1}{OM_b} = \frac{OC_1}{OM_c}.$$

Dreptele AA_1,BB_1,CC_1 sunt concurente într-un punct ce aparţine dreptei lui Euler a triunghiului ABC.

Demonstraţie. Din $\frac{OA_1}{OM_a} = \frac{OB_1}{OM_b} = \frac{OC_1}{OM_c}$ rezultă că triunghiurile $M_aM_bM_c$ şi

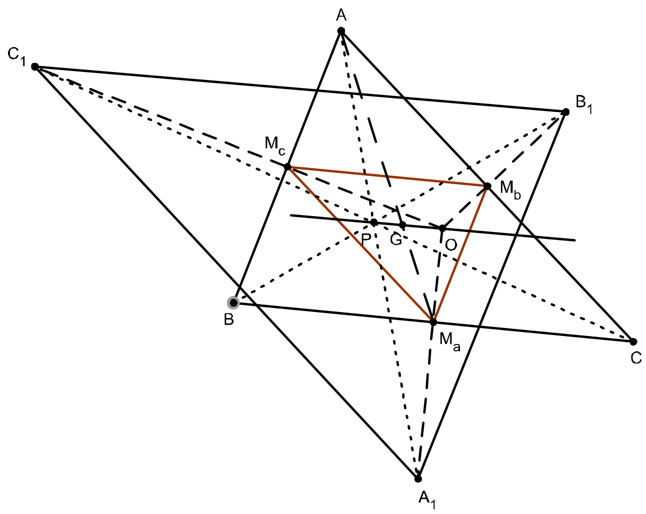

Figura 1.140: Punctul lui Franke

$A_1B_1C_1$ sunt asemenea, iar cum $\{O\} = A_1M_a \cap B_1M_b \cap C_1M_c$ rezultă că triunghiul $M_aM_bM_c$ şi $A_1B_1C_1$ sunt omotetice, centrul de omotetie fiind punctul O (Figura 1.140). Dar şi triunghiurile $M_aM_bM_c$ şi ABC sunt omotetice, centrul de omotetie fiind punctul G centrul de greutate al triunghiului ABC. Atunci, rezultă că triunghiurile ABC şi $A_1B_1C_1$ sunt omotetice, centrul de omotetie aparţinând dreptei determinate de celelalte două centre de omotetie - dreapta OG - adică dreptele AA_1,BB_1,CC_1 sunt concurente într-un punct ce aparţine dreptei lui Euler a triunghiului ABC. □

Observaţia 569 *Punctul de concurenţă al dreptelor AA_1,BB_1 şi CC_1 se numeşte* ***punctul lui Franke****.*

[49] Galileo Galilei (1564-1642) – matematician, fizician, astronom şi filosof italian