

2.9 TRANSVERSALA IZOTOMICĂ

„Plăcerea stă nu în descoperirea adevărului, ci în căutarea lui.” – Lev Tolstoi¹⁴

Teorema 693 Fie A', B', C' punctele de intersecție ale unei drepte d cu laturile BC, AC respectiv AB ale unui triunghi ABC . Fie A'' simetricul punctului A' față de mijlocul segmentului BC . Analog se construiesc punctele B'' și C'' . Punctele A'', B'', C'' sunt coliniare.

Demonstrație. Punctele A', B', C' fiind coliniare, din reciproca teoremei lui Menelaus (Figura 2.41) rezultă:

$$\frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot \frac{C'A}{C'B} = 1. \quad (i)$$

Din $A'B = A''C, A'C = A''B, B'C = B''A, B'A = B''C, C'A = BC'', C'B = C''A$ și

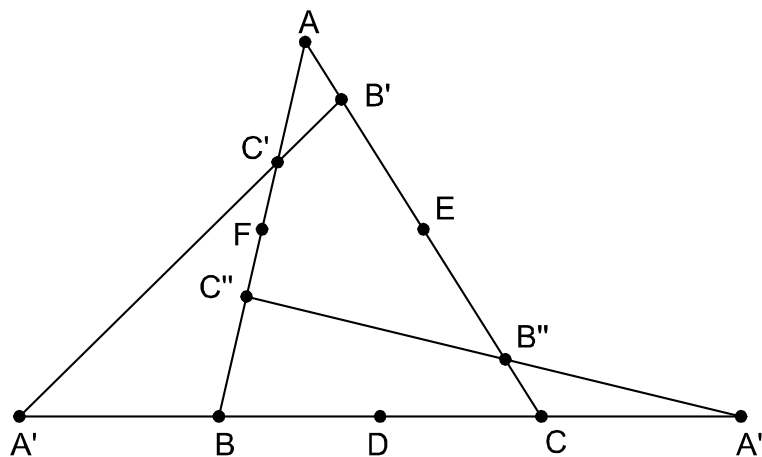


Figura 2.41: Transversala izotomică

din relația (i) rezultă

$$\frac{A''C}{A''B} \cdot \frac{B''A}{B''C} \cdot \frac{C''B}{C''A} = 1,$$

care arată că punctele A'', B'', C'' sunt coliniare. □

Observația 694 Dreapta ce conține punctele A'', B'', C'' se numește **transversala izotomică** a dreptei d .

Teorema 695 Fie M și M' două puncte diametral opuse în cercul circumscris unui triunghi ABC . Dreptele lui Simson ale punctelor M și M' sunt transversale izotomice.

Demonstrație. Vezi „Dreapta lui Simson”. □

¹⁴Lev Tolstoi (1828-1910) – scriitor rus

Teorema 696 *Transversala izotomică a unei drepte a lui Simson este o altă dreaptă a lui Simson.*

Demonstrație. Fie M_1 proiecția unui punct M de pe cercul circumscris unui triunghi ABC pe latura BC , N punctul diametral opus lui M , $\{P\} = MN \cap BC$, N_1 proiecția lui N pe BC și O_1 proiecția lui O pe BC (Figura 151). Arătăm că

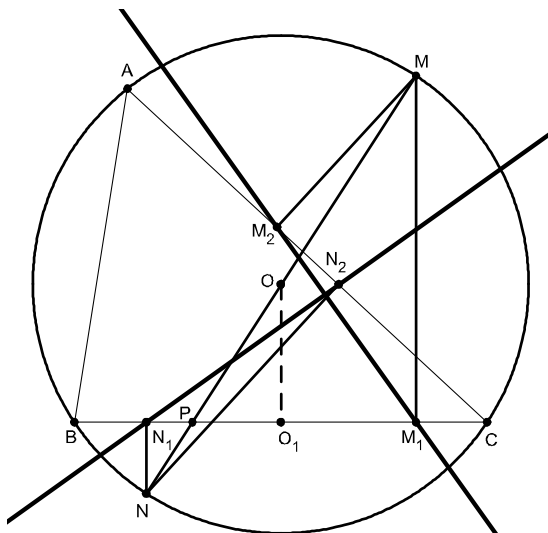


Figura 2.42: Transversala izotomică a unei drepte a lui Simson

$N_1O_1 = O_1M_1$. Avem: $\frac{N_1P}{PO_1} = \frac{NP}{PO}$, de unde $\frac{N_1O_1}{PO_1} = \frac{NO}{PO}$, deci

$$\frac{N_1O_1}{NO} = \frac{PO_1}{PO} = \frac{O_1M_1}{OM}.$$

Deoarece $ON = OM$, rezultă $N_1O_1 = O_1M_1$, adică punctele M_1 și N_1 sunt izotomice, deci transversala izotomică a punctului M este dreapta lui Simson a punctului diametral opus lui M . \square

Teorema 697 *Transversala izotomică a unei drepte a lui Simson d este o dreaptă perpendiculară pe dreapta d .*

Demonstrație. Soluția rezultă din teorema 696. \square

Observația 698 *Punctul de intersecție dintre transversalele izotomice perpendiculare aparține cercului medial al triunghiului ABC , deoarece punctul de intersecție al dreptelor lui Simson a două puncte diametral opuse aparține cercului medial al triunghiului.*