2.10 DREAPTA LUI STEINER

„Am vrut în versificările mele să dau echivalentul unor stări absolute ale intelectului şi viziunii: starea de geometrie şi deasupra ei, extaza." - Ion Barbu[15]

Teorema 699 *Fie M un punct situat pe cercul circumscris al unui triunghi ABC şi M_1, M_2, M_3 simetricele acestuia faţă de laturile BC, CA, respectiv AB. Punctele M_1, M_2, M_3 sunt coliniare.*

Demonstraţie. Fie A', B', C' proiecţiile punctului M pe laturile BC, CA, respectiv AB (Figura 2.43). Deoarece punctele A', B', C' sunt coliniare (aparţin dreptei lui

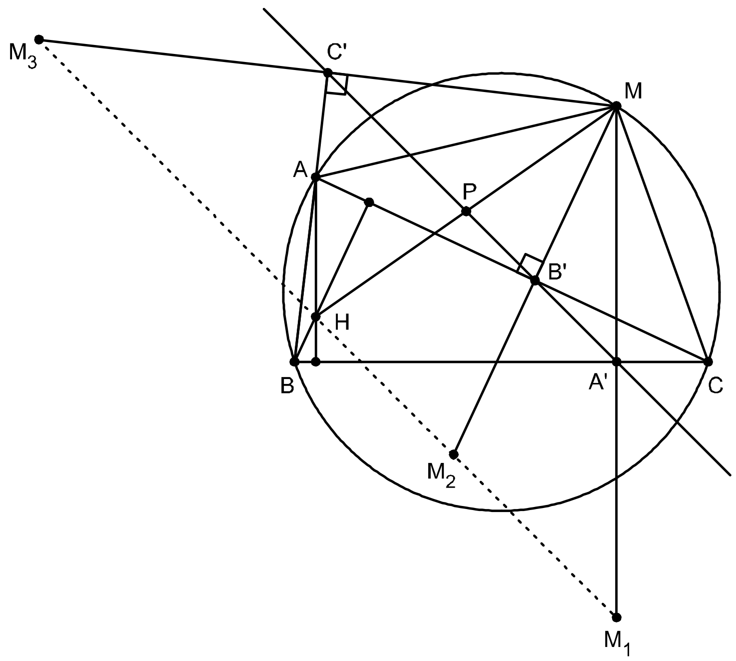

Figura 2.43: Dreapta lui Steiner

Simson a punctului M în raport cu triunghiul ABC), rezultă că punctele M_1, M_2, M_3 sunt coliniare deoarece $B'A'||M_2M_1$ şi $B'C'||M_2M_3$ ($B'A'$ şi $B'C'$ fiind linii mijlocii în triunghiurile MM_2M_1 şi MM_2M_3). □

Observaţia 700 *Dreapta pe care se află punctele M_1, M_2 şi M_3 se numeşte* ***dreapta lui Steiner*** *a punctului M în raport cu triunghiul ABC.*

Teorema 701 *Dreapta lui Steiner corespunzătoare punctului M este paralelă cu dreapta lui Simson a punctului M în raport cu un triunghi ABC.*

[15] Ion Barbu (1895-1961) – matematician roman, profesor la Universitatea din Bucureşti, contribuţii în algebră şi geometrie

Demonstraţie. Din teorema precedentă rezultă concluzia. □

Teorema 702 *Dreapta lui Steiner a punctului M trece prin ortocentrul triunghiului ABC.*

Demonstraţie. Deoarece punctul P - mijlocul segmentului MH - aparţine dreptei lui Simson a punctului M (vezi „Dreapta lui Simson") şi B' este mijlocul segmentului MM_2 rezultă că PB' este linie mijlocie în triunghiul MHM_2, deci $PB'||HM_2$, adică paralelele prin M_2 la dreapta lui Simson a punctului M trece prin H, deci dreapta lui Steiner a punctului M conţine ortocentrul triunghiului ABC. □

Teorema 703 *Dreptele lui Steiner ale simetricelor ortocentrului H al triunghiului ABC faţă de laturile triunghiului sunt paralele cu laturile triunghiului ortic al triunghiului ABC.*

Demonstraţie. Fie A_1, simetricul lui H faţă de latura BC. Punctul A_1 aparţine cercului circumscris triunghiului ABC (vezi „Ortocentrul unui triunghi"). Deoarece dreapta lui Simson a punctului A_1 este paralelă cu latura H_bH_c a triunghiului ortic (vezi „Dreapta lui Simson"), atunci utilizând teorema 699 rezultă concluzia. □

2.11 DREPTE IZOGONALE. PUNCTE IZOGONALE

„Matematica este regina ştiinţelor." - Carl Gauss[16]

Semidreptele $[AM$şi $[AM'$ se numesc ***izogonale*** faţă de unghiul $\sphericalangle BAC$ dacă sunt simetrice faţă de bisectoarea unghiului $\sphericalangle BAC$ (Figura 2.44).

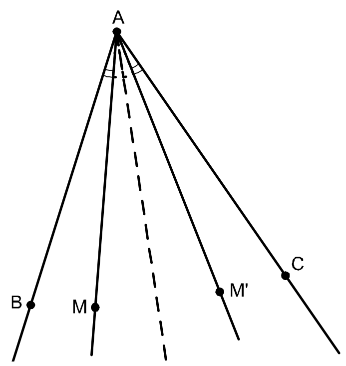

Figura 2.44: Drepte izogonale

[16] Carl Gauss (1777-1855) – matematician, fizician şi astronom german,contribuţii în teoria numerelor, geometrie diferenţială, analiză matematică, statistică