2.15 DREAPTA LUI AUBERT

„Poezia este o creaţie, o compoziţie, o ficţiune, iar matematica a fost numită cea mai sublimă şi mai prodigioasă dintre ficţiuni." – Emil Picard[23]

Teorema 780 *Fie A', B', C' punctele de intersecţie dintre o dreaptă d cu laturile BC, CA, respectiv AB ale unui triunghi ABC. Ortocentrele triunghiurilor ABC, $A'BC'$, $AB'C'$ şi $A'B'C$ se află pe aceeaşi dreaptă.*

Demonstraţie. Fie H ortocentrul triunghiului ABC, $H_aH_bH_c$ triunghiul ortic şi C_1, C_2, C_3 cercurile de diametre AA', BB', respectiv CC' (Figura 2.73). Atunci rezultă:

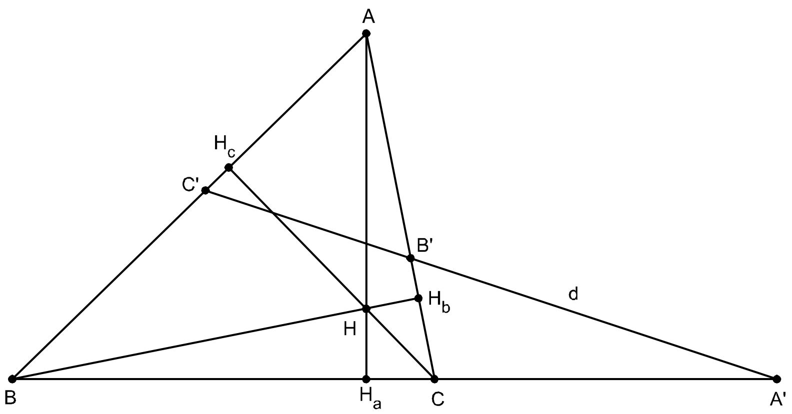

Figura 2.73: Dreapta lui Aubert

$$HA \cdot HH_a = HB \cdot HH_b = HC \cdot HH_c$$

(vezi [12, § III.1]), deci punctul H are puteri egale fata de cercurile C_1, C_2 şi C_3. Notăm cu d_{ij} axa radicală a cercurilor C_i şi C_j $(i, j = \overline{1, b}, i \neq j)$. Deoarece

$$HA \cdot HH_a = HB \cdot HH_b$$

rezultă că $H \in d_{12}$ şi din

$$HH_b \cdot HB = HC \cdot HH_c$$

rezultă că $H \in d_{23}$. Din teorema lui Gauss ştim ca mijloacele segmentelor AA', BB' şi CC' sunt coliniare, ele aparţinând dreptei lui Gauss (g). Atunci $g \perp d_{12}$ şi $g \perp d_{13}$ şi cum $\{H\} = d_{12} \cap d_{23}$ rezultă că dreptele d_{12} şi d_{23} coincid. Deci $d_{12} = d_{23} = d_{13}$ şi $d' \perp g$, deci $H \in d'$. Analog se arată că ortocentrele triunghiurilor $A'BC', AB'C'$ şi $A'B'C$ se afla pe dreapta d'. □

Observaţia 781 *Dreapta d' se numeşte **dreapta lui Aubert.***

[23] Emil Picard (1856-1941) – matematician francez, contribuţii în geometrie şi algebră